



Punkty szczególne w trójkącie z wykorzystaniem GeoGebry

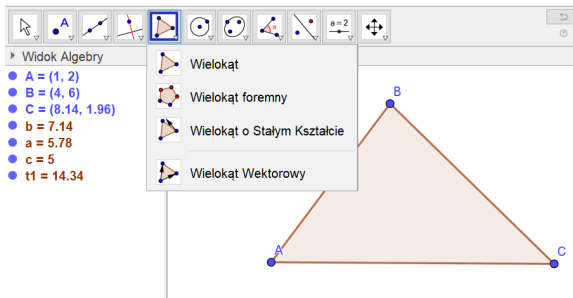


Ministerstwo Nauki
i Szkolnictwa Wyższego

Projekt dofinansowany ze środków budżetu państwa, przyznanych przez Ministra Nauki
w ramach programu Społeczna odpowiedzialność nauki II

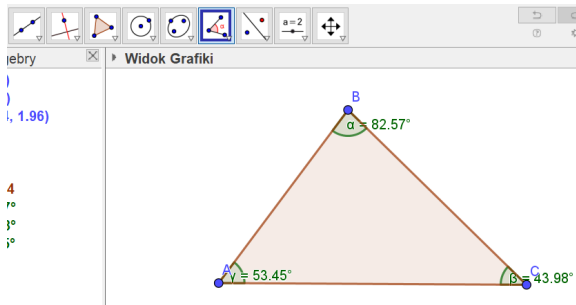


- Uruchamiamy program GeoGebra 5
- Wyłączmy siatkę i osie - klikając prawym przyciskiem myszy w dowolnym miejscu Widoku Grafiki
- Za pomocą narzędzia *Wielokąt* utworzymy dowolny trójkąt



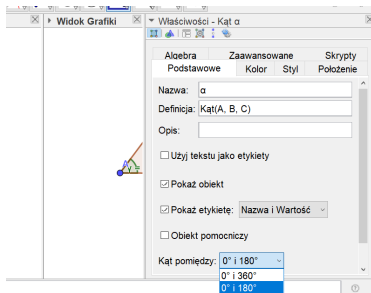


- Za pomocą narzędzia *Kąt* zaznaczmy kąty w naszym trójkącie





- Klikając prawym przyciskiem myszy na kąt α włączamy Właściwości. Podstawowe \rightarrow Kąt pomiędzy 0° i 180° . Tak samo postępujemy z kątami β i γ

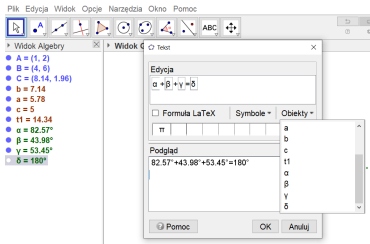




- W pasku wprowadzania wpiszmy:

$$\delta = \alpha + \beta + \gamma$$

- Za pomocą narzędzia *Wstaw tekst* wstawiamy tekst dynamiczny $\alpha + \beta + \gamma = \delta$, litery greckie wybierając z listy Obiekty





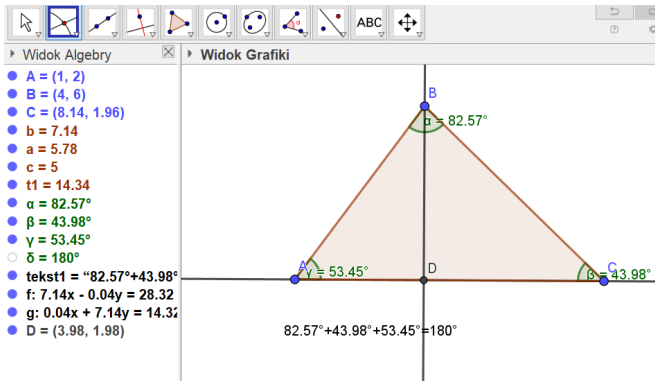
Punkty szczególne w trójkącie powstają z przecięcia pewnym szczególnych odcinków lub prostych.

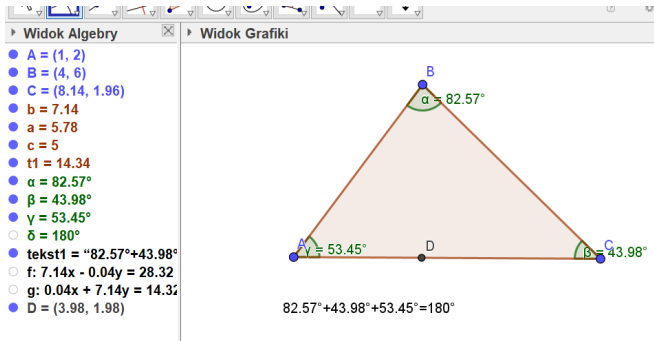
- Jakie odcinki lub proste możemy narysować w trójkącie?



Narysujmy wysokość poprowadzoną z wierzchołka B

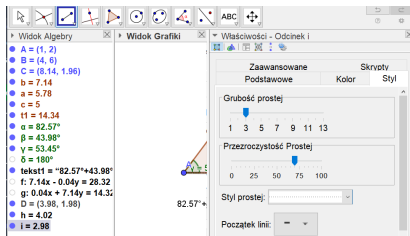
- Za pomocą narzędzia *Proste prostopadłe* rysujemy prostą prostopadłą do boku AC przechodzącą przez punkt B
- Za pomocą narzędzia *Prosta przez dwa punkty* rysujemy prostą przechodzącą przez punkty A i C
- Wybieramy narzędzie *Przecięcie dwóch obiektów* i klikamy w dwie powyższe proste (najlepiej poza trójkątem) - w ten sposób uzyskamy spodek wysokości
- Ukrywamy obie proste - prawym przyciskiem myszy lub klikając w Widoku Algebry na niebieskie kółko przy nazwie prostej

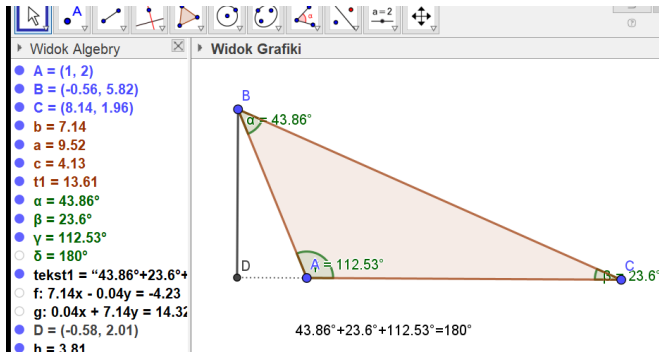






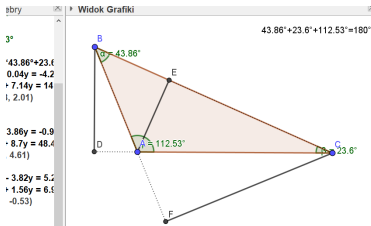
- Za pomocą narzędzia *Odcinek* rysujemy wysokość BD
- Za pomocą narzędzia *Odcinek* narysujemy odcinek AD i zmienimy mu we Właściwościach → Styl: grubość prostej 3, styl prostej - kropkowany







- Analogicznie utwórzmy wysokość AE z wierzchołka A oraz wysokość CF z wierzchołka C
- Za pomocą narzędzia *Odcinek* narysujmy odcinki CE i BF i ustawmy im właściwości takie jak dla odcinka AD





- W pasku wprowadzania wpiszmy

Przecięcie(f, j)

(f - prosta prostopadła do boku AC , j - prosta prostopadła do boku BC)

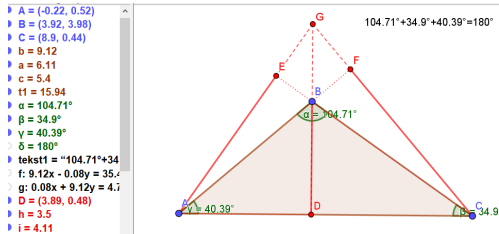
- Za pomocą narzędzia *Odcinek* narysujmy odcinki GD , GE i GF i ustawmy im właściwości: grubość prostej 3, styl prostej: przerywany

The screenshot shows a geometry software interface with three windows:

- Widok Algebrajny**: Lists various mathematical objects and their equations, including lines f and j .
- Widok Grafiki**: Displays a triangle with lines f and j drawn from vertices G and E respectively. The intersection point D is marked, and an angle of 61.73° is shown.
- Właściwości - Odcinek s**: Shows the settings for the 'Odcinek' tool. The 'Zaawansowane' (Advanced) tab is active, showing 'Grubość prostej' (Line thickness) set to 3 and 'Przezroczystość Prostej' (Line transparency) set to 75. The 'Styl prostej' (Line style) is set to 'Przerywany' (Dashed).



- we Właściwościach ustawmy wszystkim obiektom związanym z wysokościami (wysokości, spodki wysokości, punkt przecięcia wysokości, przedłużenia boków, odcinki łączące przecięcie wysokości ze spodkami wysokości) kolor na czerwony





- wybierzmy narzędzie *Pole wyboru* i kliknijmy w dowolnym pustym miejscu w Widoku Grafiki
- W polu opis wpiszmy Wysokości
- Z rozwijanej listy wybierzmy wszystkie obiekty związane z wysokościami (wszystkie czerwone) i klikamy Zastosuj

Widok Grafiki

Pole wyboru Pokaż/Ukryj obiekty

Opis: Wysokości

Wybierz obiekty w konstrukcji lub wybierz z listy

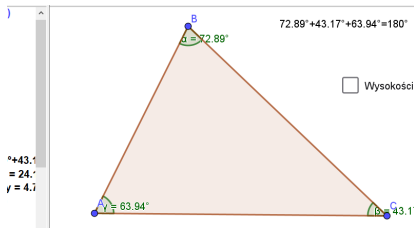
- Odcinek c: Odcinek A, B
- Odcinek h: Odcinek B, D
- Odcinek : Odcinek A, D
- Odcinek l: Odcinek A, E
- Odcinek p: Odcinek F, C
- Odcinek q: Odcinek E, C
- Odcinek r: Odcinek F, B
- Odcinek s: Odcinek G, D

$04.71^\circ + 34.9^\circ + 40.39^\circ = 180$

$71^\circ + 34$
 $l = 35,4$
 $h_y = 4,1$



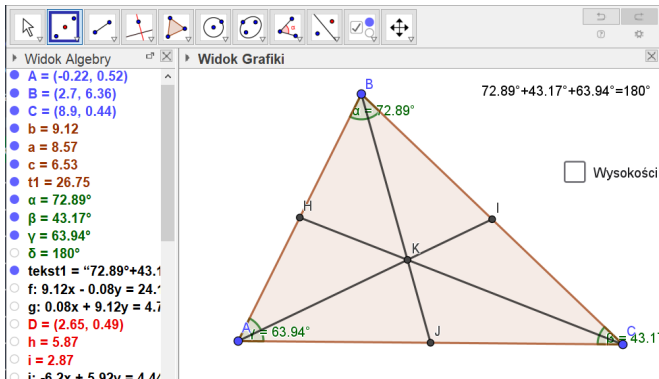
- Ukryjemy obiekty związane z wysokościami za pomocą przycisku, który utworzyliśmy





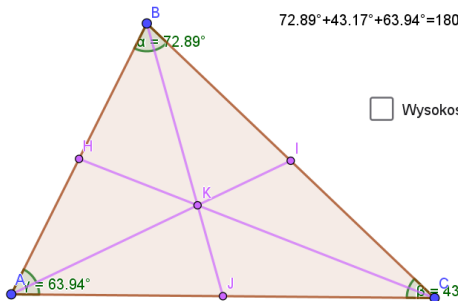
Narysujemy środkowe.

- Za pomocą narzędzia *Środek* wyznaczmy środki odcinków AB , BC i AC
- Za pomocą narzędzia *Odcinek* utworzmy środkowe AI , BJ i CH
- Za pomocą narzędzia *Przecięcie dwóch obiektów* wyznaczmy przecięcie środkowych AI i BJ - środek ciężkości trójkąta





- Zmieńmy kolor wszystkich obiektów związanych ze środkowymi (środkowe, środki boków, środek ciężkości) na fioletowy



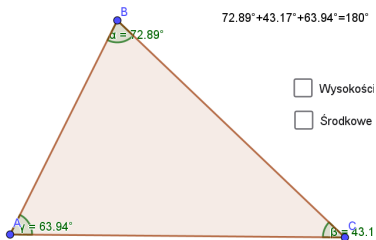


- wybierzmy narzędzie *Pole wyboru* i kliknijmy pod polem wyboru związanym z wysokościami
- W polu opis wpiszmy Środkowe
- Z rozwijanej listy wybierzmy wszystkie obiekty związane ze środkowymi (wszystkie fioletowe) i klikamy Zastosuj





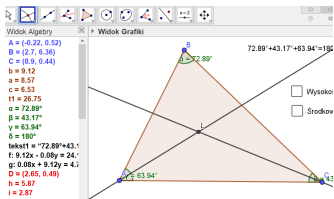
- Ukryjemy obiekty związane ze środkowymi za pomocą przycisku, który utworzyliśmy





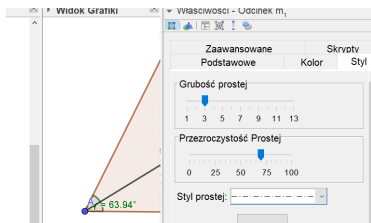
Narysujemy dwusieczne kątów.

- Wykorzystując narzędzie *Dwusieczna kąta* narysujemy dwie dwusieczne klikając kolejno punkty B , A , C , a następnie A , C , B
- Za pomocą narzędzia *Przecięcie dwóch obiektów* wyznaczmy punkt przecięcia dwusiecznych - środek okręgu wpisanego w trójkąt





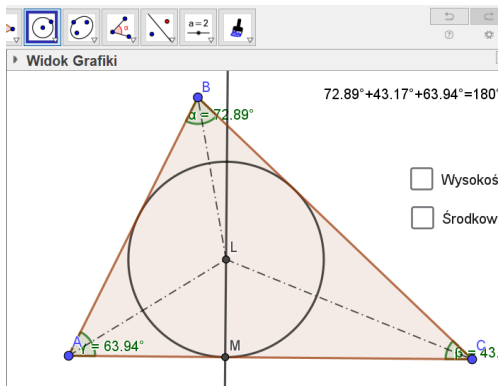
- Ukryjmy dwusieczne
- Wykorzystując narzędzie *Odcinek* połączmy punkt przecięcia dwusiecznych z wierzchołkami trójkąta
- We właściwościach tych odcinków ustawmy grubość prostej 3 i styl prostej "kreska-kropka"





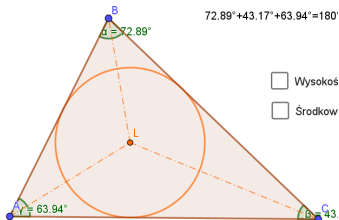
Narysujemy okrąg wpisany w trójkąt

- Za pomocą narzędzia *Proste prostopadłe* narysujemy prostą prostopadłą do boku AC przechodzącą przez punkt przecięcia dwusiecznych
- Za pomocą narzędzia *Przecięcie dwóch obiektów* wyznaczmy przecięcie prostej prostopadłej i boku AC
- Wykorzystując narzędzie *Okrąg o danym środku przechodzący przez punkt* narysujemy okrąg wpisany o środku w punkcie L przechodzący przez punkt M



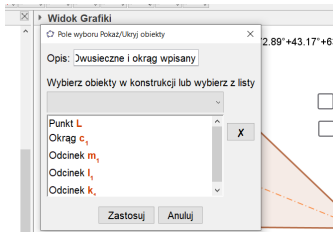


- Ukryjmy prostą prostopadłą do boku AC i punkt M
- Zmieńmy kolor wszystkich obiektów związanych z dwusiecznymi i okręgiem wpisanym na przykład na pomarańczowy





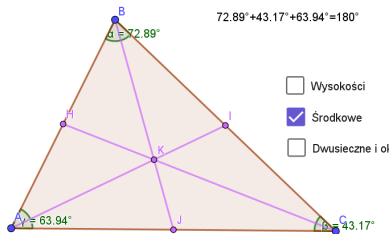
- Wybierzmy narzędzie *Pole wyboru* i kliknijmy pod polem wyboru związanym ze środkowymi
- W polu opis wpiszmy Dwusieczne i okrąg wpisany
- Z rozwijanej listy wybierzmy wszystkie obiekty związane z dwusiecznymi (wszystkie pomarańczowe) i klikamy Zastosuj





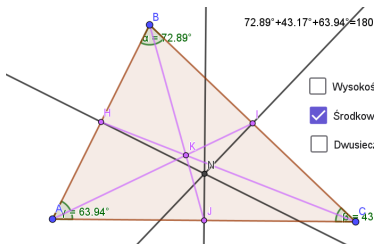
Narysujemy symetralne boków i okrąg opisany na trójkącie.

- Ukryjemy obiekty związane z dwusiecznymi za pomocą przycisku, który utworzyliśmy
- Pokażemy obiekty związane ze środkowymi





- Za pomocą narzędzia *Proste prostopadłe* wyznaczmy symetralne boków klikając najpierw w środek boku, a następnie w bok
- Za pomocą narzędzia *Przecięcie dwóch obiektów* wyznaczmy przecięcie symetralnych - środek okręgu opisanego

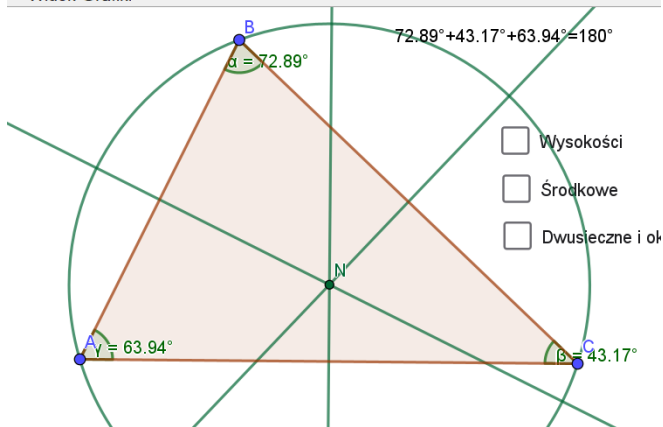




- Ukryjmy środkowe
- Za pomocą narzędzia *Okrąg o danym środku przechodzący przez punkt* narysujmy okrąg opisany na trójkącie
- Zmieńmy kolor wszystkich obiektów związanych z symetralnymi i okręgiem opisanym na przykład na ciemnozielony

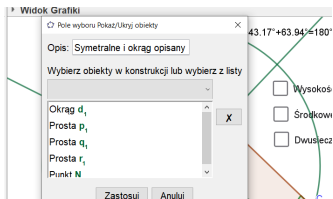


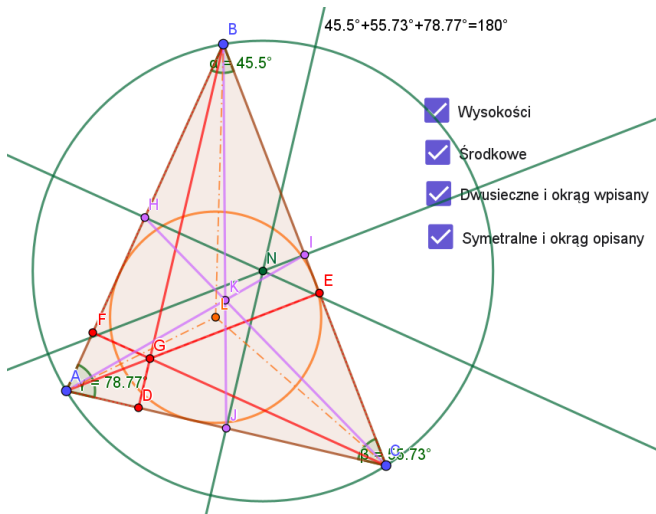
Widok Grafiki





- Wybierzmy narzędzie *Pole wyboru* i kliknijmy pod polem wyboru związanym z dwusiecznymi
- W polu opis wpiszmy *Symetralne i okrąg opisany*
- Z rozwijanej listy wybierzmy wszystkie obiekty związane z symetralnymi (wszystkie ciemnozielone) i klikamy *Zastosuj*







**DOFINANSOWANO
ZE ŚRODKÓW
BUDŻETU PAŃSTWA**

W RAMACH PROGRAMU
Społeczna odpowiedzialność nauki II
projekt: Matematyczne echa lessowych
wąwozów

DOFINANSOWANIE
[125 730 zł]

CAŁKOWITA WARTOŚĆ
[139 700 zł]

DATA PODPISANIA UMOWY
[08.2023]